

PHIẾU HƯỚNG DẪN HỌC SINH TỰ HỌC

I. Nhiệm vụ tự học, nguồn tài liệu cần tham khảo:

Nội dung 1: Tham khảo SGK chương 3 ,bài 1 : đường thẳng vuông góc đường thẳng

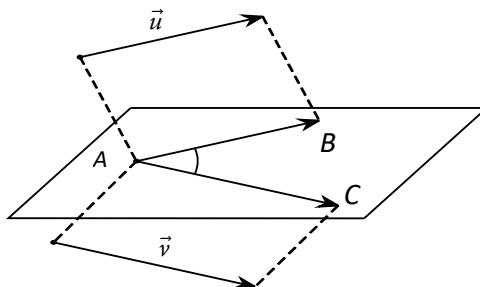
Nội dung 2: Tham khảo đề cương tổ toán phần : đường thẳng vuông góc đường thẳng

II. Kiến thức cần ghi nhớ:

1. Góc giữa hai vectơ trong không gian

Định nghĩa

Trong không gian, cho \vec{u} và \vec{v} là hai vectơ khác $\vec{0}$. Lấy một điểm A bất kì, gọi B và C là hai điểm sao cho $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$. Khi đó ta gọi góc \widehat{BAC} ($0^\circ \leq \widehat{BAC} \leq 180^\circ$) là góc giữa hai vectơ \vec{u} và \vec{v} trong không gian, kí hiệu là (\vec{u}, \vec{v}) .



2. Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian

Định nghĩa

Trong không gian, cho hai vectơ \vec{u} và \vec{v} đều khác $\vec{0}$. Tích vô hướng của hai vectơ \vec{u} và \vec{v} là một số, kí hiệu là $\vec{u} \cdot \vec{v}$, được xác định bởi công thức:

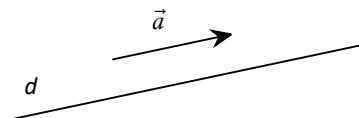
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}).$$

Trong trường hợp $\vec{u} = \vec{0}$ hoặc $\vec{v} = \vec{0}$, ta quy ước $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

3. VECTƠ CHỈ PHƯƠNG CỦA ĐƯỜNG THẲNG

a. Định nghĩa

Vectơ \vec{a} khác $\vec{0}$ được gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng d nếu giá của vectơ \vec{a} song song hoặc trùng với đường thẳng d .



b. Nhận xét

a) Nếu \vec{a} là vectơ chỉ phương của đường thẳng d thì vectơ $k\vec{a}$ với $k \neq 0$ cũng là vectơ chỉ phương của d .

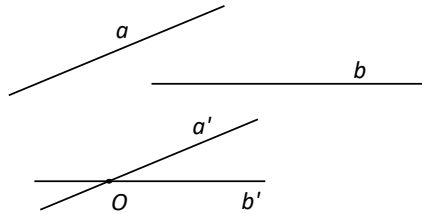
b) Một đường thẳng trong không gian hoàn toàn xác định nếu biết một điểm A thuộc d và một vectơ chỉ phương \vec{a} của nó.

c) Hai đường thẳng song song với nhau khi và chỉ khi chúng là hai đường thẳng phân biệt và có hai vectơ chỉ phương cùng phương.

4. GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

a. Định nghĩa

Góc giữa hai đường thẳng a và b trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm và lần lượt song song với a và b .



b. Nhận xét

a) Để xác định góc giữa hai đường thẳng a và b ta có thể lấy điểm O thuộc một trong hai đường thẳng đó rồi vẽ một đường thẳng qua O và song song với đường thẳng còn lại.

b) Nếu \vec{u} là vectơ chỉ phương của đường thẳng a và \vec{v} là vectơ chỉ phương của đường thẳng b và $(\vec{u}, \vec{v}) = \alpha$ thì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng α nếu $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ và bằng $180^\circ - \alpha$ nếu $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$. Nếu a và b song song hoặc trùng nhau thì góc giữa chúng bằng 0° .

5. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

a. Định nghĩa

Hai đường thẳng được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng 90° .

Người ta kí hiệu hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau là $a \perp b$.

b. Nhận xét

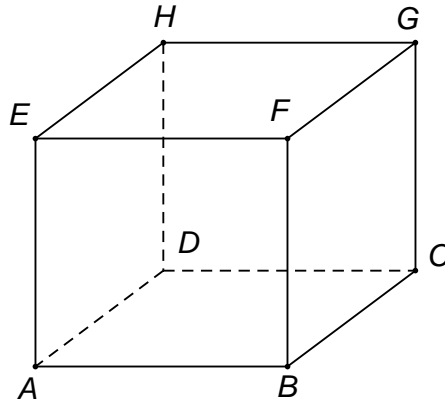
a) Nếu \vec{u} và \vec{v} lần lượt là các vectơ chỉ phương của hai đường thẳng a và b thì: $a \perp b \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

b) Cho hai đường thẳng song song. Nếu một đường thẳng vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.

c) Hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

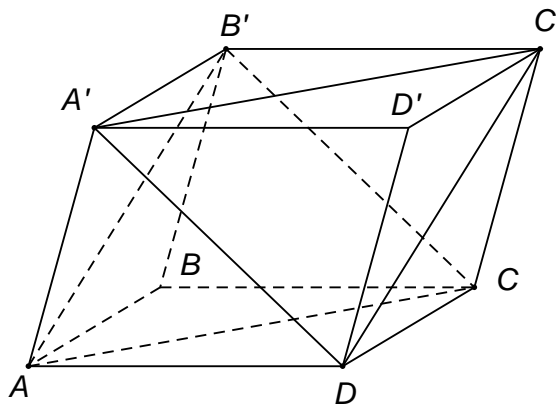
Ví dụ :

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{DH} ?



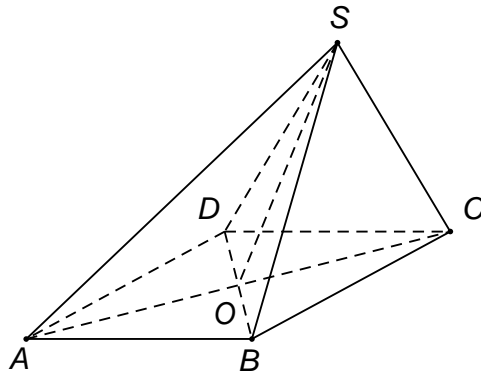
Vì $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{AE}$ ($ADHE$ là hình vuông) nên $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DH}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}) = \widehat{BAE} = 90^\circ$

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Giả sử tam giác $AB'C$ và $A'DC'$ đều có ba góc nhọn. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ là góc nào sau đây?



Ta có $AC \parallel A'C'$ ($A'B'CD$ là hình bình hành) mà $\widehat{DA'C'}$ nhọn nên $(AC, A'D) = (A'C', A'D) = \widehat{DA'C'}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh $SA = x$, tất cả các cạnh còn lại đều bằng a . Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng SA và SC .



Theo giả thiết, ta có $AB = BC = CD = DA = a$ nên $ABCD$ là hình thoi cạnh a .

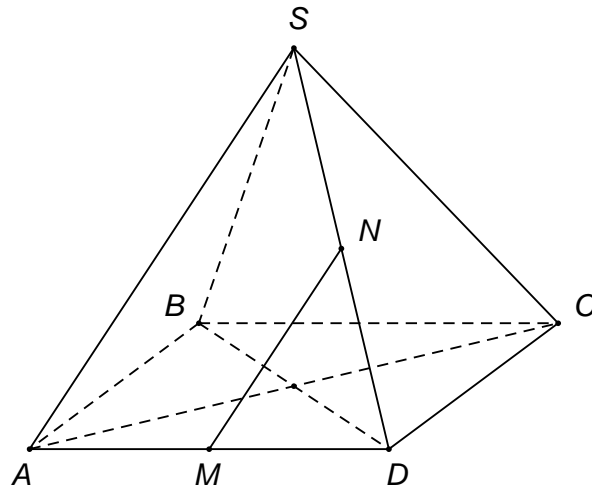
Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có $\triangle CBD = \triangle SBD$ ($c-c-c$).

Suy ra hai đường trung tuyến tương ứng CO và SO bằng nhau.

Xét tam giác SAC , ta có $SO = CO = \frac{1}{2}AC$.

Do đó tam giác SAC vuông tại S (tam giác có đường trung tuyến bằng nửa cạnh đáy). Vậy $SA \perp SC$.

Câu 4 : Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo của góc (MN, SC) bằng



Do $ABCD$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$.

$\Rightarrow AC^2 = 2a^2 = SA^2 + SC^2 \Rightarrow \triangle SAC$ vuông tại S .

Từ giả thiết ta có MN là đường trung bình của $\triangle DSA \Rightarrow \overline{NM} = \frac{1}{2}\overline{SA}$

Khi đó $\overline{NM} \cdot \overline{SC} = \frac{1}{2}\overline{SA} \cdot \overline{SC} = 0 \Rightarrow MN \perp SC \Rightarrow (MN, SC) = 90^\circ$.

Bài tập rèn luyện

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c khi b song song với c (hoặc b trùng với c).
- B. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c .
- C. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.
- D. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.

A đúng theo định nghĩa. **Chọn A.**

B sai vì có thể b và c chéo nhau.

C sai vì có thể là góc vuông.

D sai. Nếu góc giữa hai vectơ chỉ phương là α với $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ thì góc giữa hai đường thẳng bằng α , nếu góc giữa hai vectơ chỉ phương là α với $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ thì góc giữa hai đường thẳng bằng $180^\circ - \alpha$.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- B. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.
- C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.
- D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

Chọn D

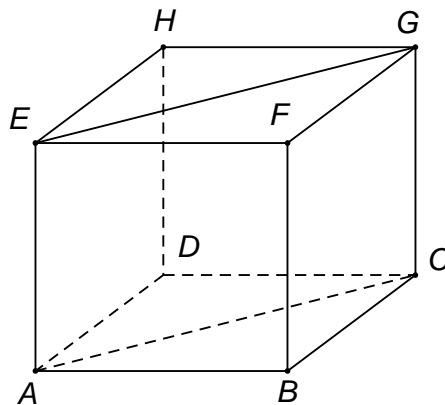
Câu 3. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Nếu $b \perp (P)$ thì $b // a$.
- B. Nếu $b // (P)$ thì $b \perp a$.
- C. Nếu $b // a$ thì $b \perp (P)$.
- D. Nếu $b \perp a$ thì $b // (P)$.

Chọn D. Vì b có thể nằm trong mặt phẳng (P) .

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ \overline{AB} và \overline{EG} ?

- A. 90° .
- B. 60° .
- C. 45° .
- D. 120° .



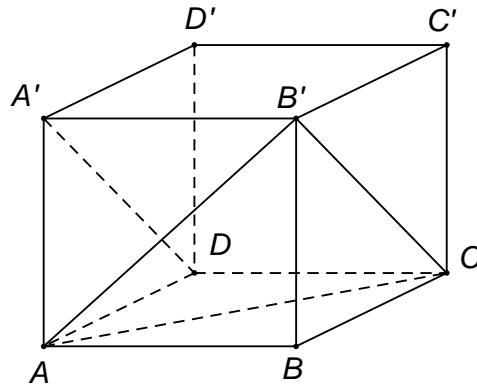
Vì $\overline{EG} = \overline{AC}$ ($AEGC$ là hình chữ nhật) nên $(\overline{AB}, \overline{EG}) = (\overline{AB}, \overline{AC}) = \widehat{BAC} = 45^\circ$ ($ABCD$ là hình vuông).

Chọn C.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa AC và DA' là:

- A. 45° .
- B. 90° .
- C. 60° .
- D. 120° .

- A. $\widehat{AB'C}$. B. $\widehat{DA'C'}$. C. $\widehat{BB'D}$. D. $\widehat{BDB'}$.

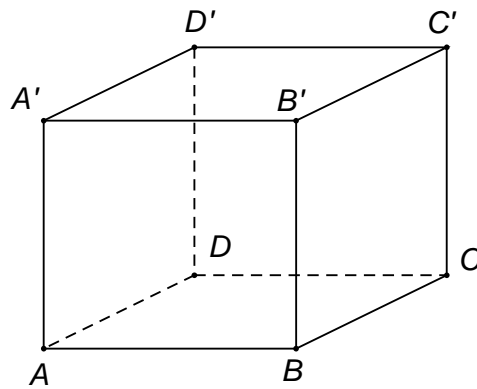


Gọi a là độ dài cạnh hình lập phương. Khi đó, tam giác $AB'C$ đều ($AB' = B'C = CA = a\sqrt{2}$) do đó $\widehat{B'CA} = 60^\circ$.

Lại có, DA' song song CB' nên $(AC, DA') = (AC, CB') = \widehat{ACB'} = 60^\circ$. **Chọn C.**

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định sai?

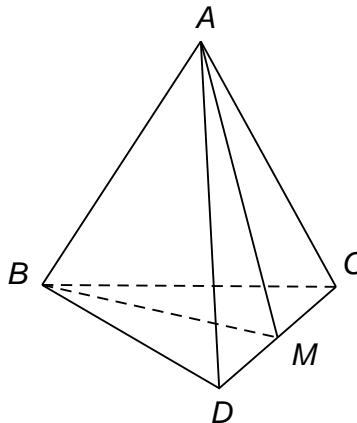
- A. Góc giữa AC và $B'D'$ bằng 90° . B. Góc giữa $B'D'$ và AA' bằng 60° .
 C. Góc giữa AD và $B'C$ bằng 45° . D. Góc giữa BD và $A'C'$ bằng 90° .



Ta có $(AA', B'D') = (BB', B'D') = \widehat{BB'C} = 90^\circ$. Khẳng định B sai. **Chọn B.**

Câu 7. Cho tứ diện đều $ABCD$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng:

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .



Gọi M là trung điểm của CD .

Ta có $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AM} = 0$ và $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.

Do đó $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \cdot (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}) = \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$ nên số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 90° . **Chọn C.**

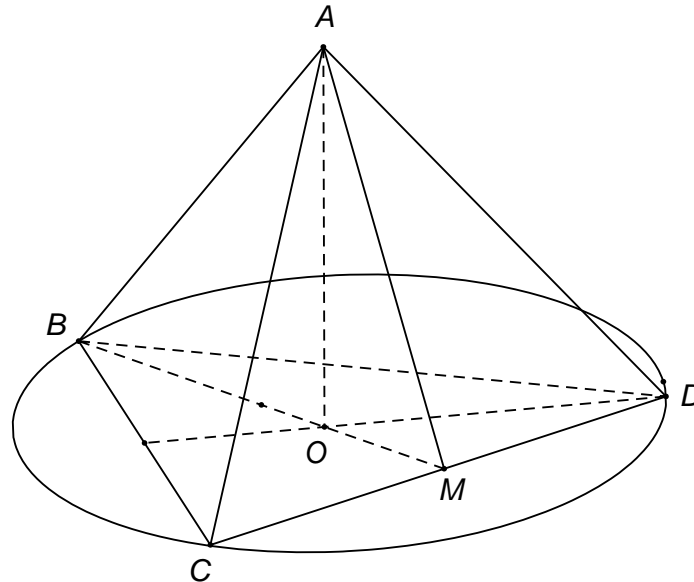
Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng a . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Góc giữa AO và CD bằng bao nhiêu?

A. 0° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .



Gọi M là trung điểm của CD .

Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên $AM \perp CD$, $OM \perp CD$.

Ta có $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{CD} \cdot (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MO}) = \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{MO} = 0$.

Suy ra $\overrightarrow{AO} \perp \overrightarrow{CD}$ nên số đo góc giữa hai đường thẳng AO và CD bằng 90° . **Chọn C.**

Bài tập tự luận :

Câu 1. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC . Khi đó $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM})$ bằng :

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} ?

- A. 60° . B. 45° . C. 120° . D. 90° .

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ \overrightarrow{SC} và \overrightarrow{AB} ?

- A. 120° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB$ và $CA = CB$. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng chéo nhau SC và AB .

- A. 30° . A. 45° . A. 60° . A. 90° .

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC$ và $\widehat{SAC} = \widehat{SAB}$. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng chéo nhau SA và BC .

- A. 30° . A. 45° . A. 60° . A. 90° .

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = \frac{3}{2}AD$, $\widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 60^\circ$, $CD = AD$. Gọi φ là góc giữa AB và CD .

Chọn khẳng định đúng?

- A. $\cos \varphi = \frac{3}{4}$. B. $\varphi = 60^\circ$. C. $\varphi = 30^\circ$. D. $\cos \varphi = \frac{1}{4}$.

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{CAD} = 90^\circ$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{IJ} ?

- A. 120° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD . Góc (IE, JF) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

III. Nội dung chuẩn bị:

HS cần xem kỹ lý thuyết SGK trước khi tham khảo phần lý thuyết tóm lược và bài tập.

IV. Đáp án bài tập tự luyện:

Nếu có thắc mắc HS liên hệ GVBM để được hỗ trợ.