

PHIẾU HƯỚNG DẪN HỌC SINH TỰ HỌC

1 Nhiệm vụ tự học, nguồn tài liệu cần tham khảo

Đọc Sách giáo khoa Chương 2 Bài 5. PHƯƠNG TRÌNH MŨ - PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT.
Tham khảo thêm clip bài giảng. ... : đường link (nếu có)

2 Kiến thức cần ghi nhớ

2.1 Phương trình mũ

1. Phương trình mũ cơ bản:

$$a^x = b \quad (\text{với } a > 0 \text{ và } a \neq 1) \quad \left\{ \begin{array}{l} b > 0 : a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b \\ b \leq 0 : a^x = b \text{ vô nghiệm} \end{array} \right.$$

Ví dụ: $2^{x-3} = 3$

PT $\Leftrightarrow x - 3 = \log_2 3 \Leftrightarrow x = 3 + \log_2 3$

2. Biến đổi cùng cơ số:

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x) \quad (\text{với } a > 0 \text{ và } a \neq 1)$$

Ví dụ: $3^{2x-4} = 9^{x^2+3x-5}$

PT $\Leftrightarrow 3^{2x-4} = (3^2)^{x^2+3x-5}$

$\Leftrightarrow 3^{2x-4} = 3^{2x^2+6x-10}$

$\Leftrightarrow 2x - 4 = 2x^2 + 6x - 10 \Leftrightarrow 2x^2 + 4x - 6 = 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array} \right.$

3. Phương pháp đặt ẩn số phụ:

$$A.a^{2f(x)} + B.a^{f(x)} + C = 0 \quad (\text{với } a > 0 \text{ và } a \neq 1) \quad \left\{ \begin{array}{l} t = a^{f(x)}; t > 0 \\ At^2 + Bt + C = 0 \end{array} \right.$$

Ví dụ: $4^x + 2^{x+1} - 8 = 0$

PT $\Leftrightarrow (2^x)^2 + 2.2^x - 8 = 0$

$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2^x = 2 \\ 2^x = -4 \quad (\text{vô nghiệm}) \end{array} \right.$

$\Leftrightarrow x = 1$

4. Logarit hoá:

$$a^{f(x)} = b^{g(x)} \quad (\text{với } a, b > 0 \text{ và } a, b \neq 1) \quad \text{Lấy logarit hai vế với cơ số bất kì.}$$

Ví dụ: $2^{x-3} = 5^{x^2-5x+6}$

PT $\Leftrightarrow \log_5 2^{x-3} = \log_5 5^{x^2-5x+6}$

$\Leftrightarrow (x-3). \log_5 2 = x^2 - 5x + 6$

$\Leftrightarrow (x-3). \log_5 2 = (x-3).(x-2)$

$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x-3 = 0 \\ \log_5 2 = x-2 \end{array} \right.$

$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 3 \\ x = 2 + \log_5 2 \end{array} \right.$

2.2 Phương trình logarit

1. Phương trình logarit cơ bản:

$$\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b \quad \text{với} \quad \begin{cases} a > 0 \text{ và } a \neq 1 \\ x > 0 \end{cases}$$

Ví dụ: $\log_4(x+2) = 1$

Đk: $x+2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$

PT $\Leftrightarrow x+2 = 4^1 \Leftrightarrow x = 2$ (nhận)

2. Biến đổi cùng cơ số:

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \text{ (hay } g(x) > 0) \\ f(x) = g(x) \end{cases} \quad (\text{với } a > 0 \text{ và } a \neq 1)$$

Ví dụ: $\log_4 x + \log_2 x + 2 \cdot \log_{16} x = 10$

Đk: $x > 0$

PT $\Leftrightarrow \log_{2^2} x + \log_2 x + 2 \cdot \log_{2^4} x = 10$
 $\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \log_2 x + \log_2 x + 2 \cdot \frac{1}{4} \log_2 x = 10$
 $\Leftrightarrow 2 \cdot \log_2 x = 10 \Leftrightarrow \log_2 x = 5$
 $\Leftrightarrow x = 2^5 = 32$ (nhận)

3. Phương pháp đặt ẩn số phụ:

$$A \cdot \log_a^2 f(x) + B \cdot \log_a f(x) + C = 0 \quad \begin{cases} t = \log_a f(x) \\ At^2 + Bt + C = 0 \end{cases} \quad \text{với} \quad \begin{cases} a > 0 \text{ và } a \neq 1 \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

Ví dụ: $\log_{\sqrt{2}}^2 x + 3 \cdot \log_2 x + \log_{\frac{1}{2}} x = 2$

Đk: $x > 0$

PT $\Leftrightarrow \left(\log_{2^{\frac{1}{2}}} x\right)^2 + 3 \cdot \log_2 x + \log_{2^{-1}} x = 2$
 $\Leftrightarrow (2 \cdot \log_2 x)^2 + 3 \cdot \log_2 x - \log_2 x = 2$
 $\Leftrightarrow 4 \cdot \log_2^2 x + 2 \cdot \log_2 x - 2 = 0$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = \frac{1}{2} \\ \log_2 x = -1 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \\ x = 2^{-1} = \frac{1}{2} \end{cases}$ (nhận)

4. Phương pháp mũ hoá:

$$\log_a f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) = a^{g(x)} \quad \text{với} \quad \begin{cases} a > 0 \text{ và } a \neq 1 \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

Ví dụ: $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$

Đk: $9 - 2^x > 0 \Leftrightarrow 0 < 2^x < 9$

PT $\Leftrightarrow 9 - 2^x = 2^{3-x}$
 $\Leftrightarrow 9 - 2^x = \frac{2^3}{2^x}$
 $\Leftrightarrow 9 \cdot 2^x - (2^x)^2 = 8 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 8 \\ 2^x = 1 \end{cases}$ (nhận)
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 0 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{PT} &\Leftrightarrow \log_7(7^{x^2} \cdot 3^{-x}) = \log_7 1 \quad (\text{Lấy logarit cơ số 7 hai vế}) \\ &\Leftrightarrow \log_7 7^{x^2} + \log_7 3^{-x} = 0 \Leftrightarrow x^2 - x \cdot \log_7 3 = 0 \Leftrightarrow x \cdot (x - \log_7 3) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_7 3 \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn A.

Câu 7. Cho phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$:

- A. $m = 3$. B. $m \leq 0$. C. $m = 2$. D. $m = 4$.

Bài giải

$$\text{PT} \Leftrightarrow (2^x)^2 - 2m \cdot 2^x + 2m = 0 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = 2^x, t > 0. \text{ Phương trình trở thành: } t^2 - 2m \cdot t + 2m = 0 \quad (2)$$

• PT(1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

\Leftrightarrow PT(2) có hai nghiệm phân biệt $0 < t_1 < t_2$

• $x_1 + x_2 = 3 \Rightarrow 2^{x_1+x_2} = 2^3 \Leftrightarrow 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 8 \Leftrightarrow t_1 \cdot t_2 = 8$

• Từ đó, ta có:

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P = 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 (\text{Đúng}) \\ 4m^2 - 8m > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m = 8 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4$$

Chọn D.

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2 \cdot 3^x + 3 - m = 0$ có nghiệm thuộc $(0; +\infty)$?

- A. $m > 3$. B. $m \geq 3$. C. $m > 2$. D. $m \geq 2$.

Bài giải

$$\text{PT} \Leftrightarrow (3^x)^2 - 2 \cdot 3^x + 3 - m = 0 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = 3^x, t > 0. \text{ Vì } x \in (0; +\infty) \text{ nên } x > 0 \Rightarrow 3^x > 3^0 \Rightarrow t > 1 \Rightarrow t \in (1; +\infty)$$

• PT(1) trở thành: $t^2 - 2t + 3 - m = 0 \Leftrightarrow m = t^2 - 2t + 3 \quad (2)$

\Leftrightarrow Xét hàm số $f(t) = t^2 - 2t + 3$ trên khoảng $(1; +\infty)$

$$f'(t) = 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Lập BBT:

t	1	$+\infty$
$f'(t)$		+
$f(t)$	2	$+\infty$

Dựa vào BBT, PT(2) có nghiệm trên khoảng $(1; +\infty)$ khi $m > 2$

Chọn C.

Câu 9. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - x + 1) = -\log_{\frac{1}{3}}(2x + 1)$ là:

- A. 0. B. 2. C. 6. D. 3.

Bài giải

$$\text{PT} \Leftrightarrow \log_3(x^2 - x + 1) = \log_3(2x + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 > 0 \\ x^2 - x + 1 = 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Chọn D.

Câu 10. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_3 x + \log_4 x = \log_{20} x$ là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Bài giảiĐk: $x > 0$

$$\begin{aligned} \text{PT} &\Leftrightarrow \log_2 x + \log_3 2 \cdot \log_2 x + \log_4 2 \cdot \log_2 x = \log_{20} 2 \cdot \log_2 x \\ &\Leftrightarrow \log_2 x (1 + \log_3 2 + \log_4 2 - \log_{20} 2) = 0 \Leftrightarrow \log_2 x = 0 \Leftrightarrow x = 1 \quad (\text{nhận}) \end{aligned}$$

Chọn **A**.**Câu 11.** Số nghiệm của phương trình $8^{\log_2(x^2-8)} = (x-2)^3$ là:**A.** 0.**B.** 1.**C.** 2.**D.** 3.**Bài giải**

$$\text{Đk: } \begin{cases} x^2 - 8 > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2\sqrt{2} \\ x > 2\sqrt{2} \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \text{PT} &\Leftrightarrow \log_8 8^{\log_2(x^2-8)} = \log_8(x-2)^3 \\ &\Leftrightarrow \log_2(x^2-8) = 3 \cdot \log_2(x-2) \\ &\Leftrightarrow \log_2(x^2-8) = \log_2(x-2) \Leftrightarrow x^2 - 8 = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3 \end{aligned}$$

Chọn **B**.**Câu 12.** Tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2 x - \log_x 64 = 1$ là:**A.** 2.**B.** 1.**C.** $\frac{1}{4}$.**D.** $\frac{1}{2}$.**Bài giải**

$$\text{Đk: } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{PT} &\Leftrightarrow \log_2 x - \log_x 2^6 = 1 \\ &\Leftrightarrow \log_2 x - 6 \cdot \log_x 2 = 1 \\ &\Leftrightarrow \log_2 x - 6 \cdot \frac{1}{\log_2 x} - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow (\log_2 x)^2 - (\log_2 x) - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^3 = 8 \\ x = 2^{-2} = \frac{1}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn **A**.**Câu 13.** Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $3 \cdot \sqrt{\log_3 x} - \log_3(3x) - 1 = 0$ là:**A.** 35.**B.** 84.**C.** 65.**D.** 12.**Bài giải**

$$\text{Đk: } \begin{cases} x > 0 \\ \log_3 x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$$

$$\text{PT} \Leftrightarrow 3\sqrt{\log_3 x} - (\log_3 3 + \log_3 x) - 1 = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{\log_3 x} - \log_3 x - 2 = 0$$

Đặt $t = \sqrt{\log_3 x}, t \geq 0$. Phương trình trở thành:

$$-t^2 + 3t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3^1 = 3 \\ x = 3^4 = 81 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = 84$$

Chọn **B**.**Câu 14.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$:**A.** $m \in \left(0; \frac{1}{4}\right]$.**B.** $m \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right]$.**C.** $m \in (-\infty; 0]$.**D.** $m \in \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$.**Bài giải**Đk: $x > 0$

$$\text{PT} \Leftrightarrow 4(\log_2 x^{\frac{1}{2}})^2 - \log_{2^{-1}} x + m = 0 \Leftrightarrow 4\left(\frac{1}{2} \log_2 x\right)^2 + \log_2 x + m = 0 \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 + \log_2 x + m = 0$$

Đặt $t = \log_2 x$. Vì $0 < x < 1 \Rightarrow \log_2 x < \log_2 1 \Rightarrow t < 0$. Do đó, $t \in (-\infty; 0)$

Phương trình trở thành:

$$t^2 + t + m = 0 \Leftrightarrow m = -t^2 - t$$

Xét hàm số $f(t) = -t^2 - t$ trên khoảng $(-\infty; 0)$.

$$f'(t) = -2t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$$

Lập BBT:

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0
$f'(t)$		$+$	$-$
$f(t)$	$-\infty$	$\nearrow \frac{1}{4}$	$\searrow 0$

Dựa vào BBT, phương trình $f(t) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(-\infty; 0)$ khi $m \leq \frac{1}{4}$

Chọn **B**.

Câu 15. Tìm tất các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - (m+2) \cdot \log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $x_1 \cdot x_2 = 27$?

- A. $m = 1$. B. $m = \frac{28}{3}$. C. $m = \frac{4}{3}$. D. $m = 25$.

Bài giải

Đk: $x > 0$

Đặt $t = \log_3 x$. Phương trình trở thành:

$$t^2 - (m+2)t + 3m - 1 = 0 \quad (*)$$

$$\bullet x_1 \cdot x_2 = 27 \Leftrightarrow \log_3(x_1 \cdot x_2) = \log_3 27 \Leftrightarrow \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 3 \Leftrightarrow t_1 + t_2 = 3$$

$$\bullet \text{YCBT} \Rightarrow (*) \text{ có hai nghiệm phân biệt } t_1, t_2 \text{ thoả } t_1 + t_2 = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ S = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \\ (m+2)^2 - 4 \cdot (3m-1) > 0 \\ m+2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8m + 8 > 0 \\ m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$$

Chọn **A**.

4 Nội dung chuẩn bị

HS cần xem kĩ lý thuyết SGK trước khi tham khảo phần lý thuyết tóm lược và làm bài tập.

5 Bài tập tự luyện

Câu 1. Phương trình $8^x = 4$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{2}{3}$. B. $x = -\frac{1}{2}$. C. $x = \frac{1}{2}$. D. $x = -2$.

► Chọn **A**.

Câu 2. Phương trình $3^{\frac{1}{x}} = 4$ có số nghiệm là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

► Chọn **B**.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^x + 2^{x+1} = 3^x + 3^{x+1}$ là:

- A. $x = \log_{\frac{3}{2}} \frac{3}{4}$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $x = \log_{\frac{4}{3}} \frac{2}{3}$.

► Chọn **A**.

Câu 4. Tích các nghiệm của phương trình $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 = 0$ là:

- A. 6. B. 12. C. 32. D. 16.

► Chọn **A**.

Câu 5. Phương trình $3^{x-2} = \frac{3}{9^x}$ có nghiệm là:

- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 3$.

► **Chọn B.**

Câu 6. Phương trình $3^x \cdot 5^{x-1} = 7$ có nghiệm là:

- A. $x = \log_{15} 35$. B. $x = \log_{21} 5$. C. $x = \log_{21} 35$. D. $x = \log_{15} 21$.

► **Chọn A.**

Câu 7. Kí hiệu x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $3^{x^2-4} = \pi^{\log_{\pi} 243}$. Tính $M = x_1 \cdot x_2$:

- A. $M = 9$. B. $M = -25$. C. $M = -9$. D. $M = -3$.

► **Chọn C.**

Câu 8. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $4^{x^2} - 5 \cdot 2^{x^2} + 4 = 0$ là:

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

► **Chọn D.**

Câu 9. Cho phương trình $3^{2x+10} - 6 \cdot 3^{x+4} - 2 = 0$ (1). Nếu đặt $t = 3^{x+5}$ với $t > 0$ thì (1) trở thành phương trình nào?

- A. $9t^2 - 6t - 2 = 0$. B. $t^2 - 2t - 2 = 0$.
C. $t^2 - 18t - 2 = 0$. D. $9t^2 - 2t - 2 = 0$.

► **Chọn B.**

Câu 10. Phương trình $9^x - 5 \cdot 3^x + 6 = 0$ có tổng các nghiệm là:

- A. $\log_3 6$. B. $\log_3 \frac{2}{3}$. C. $\log_3 \frac{3}{2}$. D. $-\log_3 6$.

► **Chọn A.**

Câu 11. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x - 2\sqrt{2} = 0$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -1.

► **Chọn D.**

Câu 12. Tìm m để phương trình $4^x + (1-3m)2^x + 2m^2 - m = 0$ có nghiệm:

- A. \mathbb{R} . B. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

► **Chọn D.**

Câu 13. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của PT $\log_2[x(x+3)] = 1$. Khi đó $x_1 + x_2$ bằng:

- A. -3. B. -2. C. $\sqrt{17}$. D. $\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$.

► **Chọn A.**

Câu 14. Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình $\frac{1}{5 - \log_2 x} + \frac{2}{1 + \log_2 x} = 1$ trở thành phương trình nào?

- A. $t^2 - 5t + 6 = 0$. B. $t^2 + 5t + 6 = 0$. C. $t^2 - 6t + 5 = 0$. D. $t^2 + 6t + 5 = 0$.

► **Chọn A.**

Câu 15. Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình $\log_2(4x) - \log_x 2 = 3$ trở thành phương trình nào?

- A. $t^2 - t - 1 = 0$. B. $4t^2 - 3t - 1 = 0$. C. $t + \frac{1}{t} = 1$. D. $2t - \frac{1}{t} = 3$.

► **Chọn A.**

Câu 16. Tìm m để phương trình $\log_2^2 x - (m-1)\log_2 x + 4 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc $[1; 4]$:

- A. $3 < m \leq 4$. B. $3 \leq m \leq \frac{10}{3}$. C. $\frac{10}{3} < m \leq 4$. D. $3 < m \leq \frac{10}{3}$.

► **Chọn D.**

Nếu có thắc mắc HS liên hệ GVBM để được hỗ trợ.