

TRƯỜNG THPT TÂY THẠNH

ĐỀ KIỂM TRA, ĐÁNH GIÁ CUỐI KỲ II – NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN TOÁN – KHỐI 11

Thời gian làm bài: 90 phút
(Không kể thời gian phát đề)



Họ và tên học sinh: Lớp: Mã số:

Câu 1 (1.0 điểm): Tìm giới hạn của các hàm số sau:

a. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - x - 10}{\sqrt{2x+5} - 1}$
b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x\sqrt{4x^2+1}}{2x^2+3}$

Câu 2 (1.0 điểm): Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{-x+2}-2}{4-x^2} & \text{khi } x < -2 \\ 2m+x^3 & \text{khi } x \geq -2 \end{cases}$.

Xác định m để hàm số liên tục tại $x_0 = -2$.

Câu 3 (1.0 điểm): Chứng minh rằng phương trình $3x^4 + x^3 + 2x^2 + x - 1 = 0$ có ít nhất hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm dương và một nghiệm âm.

Câu 4 (2.0 điểm)

a. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^6}{3} + \frac{1}{x} + \sqrt{x^2+2} - (1-3x)^5$
b. Cho hàm số $y = x\sqrt{x^2+2x+1}$, tính y' và giải bất phương trình $y' \leq 0$.

Câu 5 (1.0 điểm): Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{1-x}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ âm và tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng (Δ): $y = -5x + 2021$.

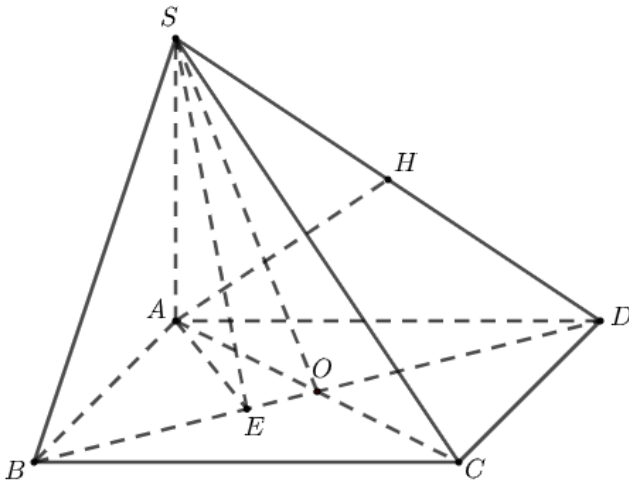
Câu 6 (4.0 điểm): Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $SA \perp (ABCD)$, $AB = a\sqrt{2}$, $BC = 2a$, $SA = 2a$. Đặt $AH \perp SD$ tại H , $AE \perp BD$ tại E .

- Chứng minh đường thẳng CD vuông góc với mặt phẳng (SAD) và đường thẳng AH vuông góc với đường thẳng SC .
- Chứng minh mặt phẳng (SAE) vuông góc với mặt phẳng (SBD).
- Xác định và tính góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBD) và ($ABCD$).
- Tính cosin của góc tạo bởi 2 đường thẳng AH và SO .

-----Hết-----

HƯỚNG DẪN CHẤM KIỂM TRA, ĐÁNH GIÁ CUỐI KỲ II – NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN TOÁN – KHỐI 11

Câu	Lời giải (cần viết tắt – rõ các bước được điểm)	Điểm	Lưu ý khi chấm
Câu 1 (1.0 điểm)	<p>Tìm giới hạn của các hàm số sau:</p> <p>a. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - x - 10}{\sqrt{2x+5} - 1} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(2x-5)(\sqrt{2x+5}+1)}{2x+4}$</p> <p>$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(2x-5)(\sqrt{2x+5}+1)}{2} = -9.$</p> <p>b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x\sqrt{4x^2+1}}{2x^2+3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x x \sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{2x^2+3}$</p> <p>$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{2+\frac{3}{x^2}} = \frac{3}{2}.$</p>	0.25 0.25 0.25 0.25	
Câu 2 (1.0 điểm)	<p>Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{-x+2}-2}{4-x^2} & \text{khi } x < -2 \\ 2m+x^3 & \text{khi } x \geq -2 \end{cases}$. Xác định m để hàm số liên tục tại $x_0 = -2$.</p> <p>* $f(x_0) = f(-2) = 2m - 8$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} (2m + x^3) = 2m - 8$</p> <p>* $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\sqrt{-x+2}-2}{4-x^2} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-(x+2)}{(2-x)(2+x)(\sqrt{-x+2}+2)}$</p> <p>$= \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-1}{(2-x)(\sqrt{-x+2}+2)} = -\frac{1}{16}$</p> <p>hàm số liên tục tại $x_0 = -2 \Leftrightarrow f(x_0) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$</p> <p>$\Leftrightarrow 2m - 8 = -\frac{1}{16} \Leftrightarrow m = \frac{127}{32}.$</p>	0.25 0.25 0.25 0.25	
Câu 3 (1.0 điểm)	<p>Chứng minh rằng phương trình $3x^4 + x^3 + 2x^2 + x - 1 = 0$ có ít nhất 2 nghiệm phân biệt, trong đó có 1 nghiệm dương và 1 nghiệm âm.</p> <p>Đặt $f(x) = 3x^4 + x^3 + 2x^2 + x - 1$ xác định và liên tục trên \mathbb{R}.</p> <p>* $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 0]$ và $f(-1).f(0) = 2.(-1) < 0$, nên tồn tại $x_1 \in (-1; 0)$ sao cho $f(x_1) = 0$, hay $x_1 < 0$ là một nghiệm của phương trình.</p> <p>* $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và $f(0).f(1) = (-1).6 < 0$, nên tồn tại $x_2 \in (0; 1)$ sao cho $f(x_2) = 0$, hay $x_2 > 0$ là một nghiệm của phương trình.</p> <p>Vậy: Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt, trong đó có 1 nghiệm dương và 1 nghiệm âm.</p>	0.25 0.25 0.25 0.25	

<p>Câu 4 (2.0 điểm)</p>	<p>a. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^6}{3} + \frac{1}{x} + \sqrt{x^2 + 2} - (1 - 3x)^5$</p> $\Rightarrow y' = 2x^5 - \frac{1}{x^2} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}} + 15(1 - 3x)^4$ <p>b. $y = x\sqrt{x^2 + 2x + 1}$, tính y' và giải bất phương trình $y' \leq 0$.</p> <p>* $y' = x' \cdot \sqrt{x^2 + 2x + 1} + (\sqrt{x^2 + 2x + 1})' \cdot x = \sqrt{x^2 + 2x + 1} + \frac{(x^2 + 2x + 1)'}{2\sqrt{x^2 + 2x + 1}} \cdot x$</p> $= \frac{x^2 + 2x + 1 + x(x + 1)}{\sqrt{x^2 + 2x + 1}} = \frac{2x^2 + 3x + 1}{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}$ <p>* $y' \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 + 3x + 1}{\sqrt{x^2 + 2x + 1}} \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left[-1; -\frac{1}{2}\right]$.</p>	<p>4x0.25</p> <p>2x0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>	
<p>Câu 5 (1.0 điểm)</p>	<p>Cho hàm số $y = \frac{2x + 3}{1 - x}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ âm và tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng (Δ): $y = -5x + 2021$.</p> <p>* $y' = \frac{5}{(1 - x)^2}$, phương trình tiếp tuyến tại $M_0(x_0; y_0) \in (C)$ có dạng $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$.</p> <p>* Ta có $f'(x_0) = \frac{1}{5}$ (do tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng (Δ)).</p> $\Leftrightarrow \frac{5}{(1 - x_0)^2} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -4 \\ x_0 = 6 \end{cases} \text{ . Vì hoành độ âm nên } x_0 = -4 \text{ .}$ <p>* $x_0 = -4 \Rightarrow y_0 = -1$ và $f'(x_0) = \frac{1}{5}$ nên pttt là $y = \frac{1}{5}x - \frac{1}{5}$</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>	
<p>Câu 6 (4.0 điểm)</p>	 <p>a) Chứng minh rằng: $CD \perp (SAD)$ và $AH \perp SC$.</p> <p>Ta có:</p> <p>* $\left. \begin{array}{l} CD \perp AD \text{ (} ABCD \text{ hcn)} \\ CD \perp SA \text{ (} SA \perp (ABCD)) \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (SAD)$</p> <p>* $\left. \begin{array}{l} AH \perp SD \text{ (gt)} \\ AH \perp CD \text{ (} CD \perp (SAD)) \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow AH \perp SC$</p>	<p>2x0.25</p> <p>2x0.25</p>	

b) Chứng minh rằng: $(SAE) \perp (SBD)$.

$$\left. \begin{array}{l} * BD \perp AE \text{ (gt)} \\ * BD \perp SA \text{ (SA} \perp (ABCD)) \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow BD \perp (SAE), BD \subset (SBD) \Rightarrow (SAE) \perp (SBD)$$

2x0.25

2x0.25

c) Xác định và tính góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$.

$$\left. \begin{array}{l} * BD \perp AE \text{ (gt)} \\ * BD \perp SE \text{ (BD} \perp (SAE)) \end{array} \right\}$$

$\Rightarrow [(SBD), (ABCD)] = (AE, SE)$ là góc nhọn SEA (do tam giác SEA vuông tại A).

$$* AE = \frac{AB \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \frac{a\sqrt{2} \cdot 2a}{\sqrt{(a\sqrt{2})^2 + (2a)^2}} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

$$* \tan SEA = \frac{SA}{AE} = \sqrt{3} \Rightarrow SEA = 60^\circ \Rightarrow [(SBD), (ABCD)] = 60^\circ$$

0.25

0.25

0.25

0.25

d) Tính cosin của góc tạo bởi 2 đường thẳng AH và SO .

$$* \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{SO} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{AS}) \text{ (do H trung điểm SD)}$$

$$* \text{Mà } \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{SO} &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AD}) \cdot \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AS} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{AD}^2 - \overrightarrow{AS}^2 \right) = -a^2. \end{aligned}$$

2x0.25

$$* AH = a\sqrt{2}, SO = \sqrt{SA^2 + AO^2} = \frac{a\sqrt{22}}{2}$$

$$\text{Vậy: } \cos(AH, SO) = \frac{|\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{SO}|}{AH \cdot SO} = \frac{a^2}{a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{22}}{2}} = \frac{\sqrt{11}}{11}$$

2x0.25